

パネルデータ Part 2 : 差の差分法

講師 : 遠山祐太

最終更新 : 2024-12-08

イントロダクション

パネルデータを活用した因果推論

- 前回：パネルデータを用いた線形回帰分析
- 今回：パネルデータを用いた因果推論
 - **差の差分法 (Difference in differences)**

DIDの前に：自然実験(Natural Experiment)

- 自然実験：トリートメントの有無があたかも「実験」されているかのようにランダムに決まる。
 - 政策変更、「たまたま」のイベント、政策適用の閾値、などなど。
- 自然実験があるとRCTの状況に近づき、分析がしやすくなる。
- 近年のミクロ実証分析では**自然実験 (Natural Experiment)**を活用することが重視されている。
 - 常にあるとは限らないが、思った以上に多い。
 - そして、どの程度「ランダムか」もケース・バイ・ケース。

2021年ノーベル経済学賞

- *"Natural experiments help answer important questions for society"*
- *"...this year's Laureates have shown that it is possible to answer these and similar questions using natural experiments. The key is to use **situations in which chance events or policy changes result in groups of people being treated differently, in a way that resembles clinical trials in medicine.**"*

- ソース: [Prize announcement](#).
NobelPrize.org, Nobel Prize Outreach



Ill. Niklas Elmehed © Nobel Prize Outreach.
David Card
Prize share: 1/2



Ill. Niklas Elmehed © Nobel Prize Outreach.
Joshua D. Angrist
Prize share: 1/4



Ill. Niklas Elmehed © Nobel Prize Outreach.
Guido W. Imbens
Prize share: 1/4

The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 2021 was divided, one half awarded to David Card "for his empirical contributions to labour economics", the other half jointly to Joshua D. Angrist and Guido W. Imbens "for their methodological contributions to the analysis of causal relationships."

本日：差の差分法 (Difference-in-differences)

- 個人 i を複数時点に渡って観察する**パネルデータ**がある状況
- パネルデータによって、「**時間を通じて変化しない個人特有の特徴**」を調整できる。
 - 例：個人の能力、やる気、
 - データで見えないものもOK。
- 差の差分法(Difference-in-differences): トリートメントメントが発生した**前後変化を、トリートメント・コントロールグループ間で比較**する。

本日の流れ

1. 本スライド
 1. フレームワーク
 2. 推定
 3. 並行トレンドに関する議論
2. Rによる実践
3. (補足) DIDを用いた合併分析

参考文献

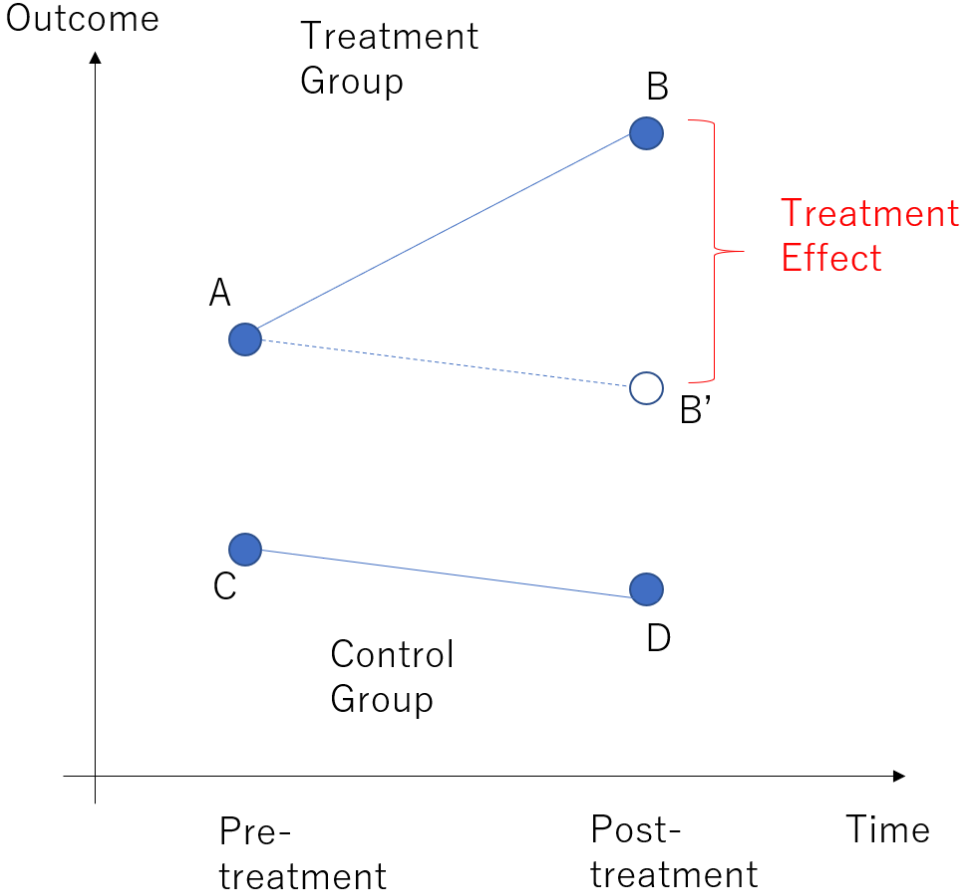
- Angrist and Pischke "Mostly Harmless Econometrics" Chapter 5
- Ishise, Kitamura, Kudamatsu, Matsubayashi, and Murooka (2019)
 - 差の差分法を用いた政策評価の手引き
 - スライド
 - 論文

フレームワーク

差の差分法(Difference-in-differences, DID)とは？

- DIDはパネルデータの構造を活用した因果効果推定のアプローチ
- 2種類の単純比較
 - トリートメント・コントロールグループの比較 → セレクションバイアスの懸念
 - トリートメントグループ内での前後比較 → タイムトレンドと区別できるか？
- DIDは、これら **2種類の比較** を組み合わせている。

図によるDIDの説明



基本的なフレームワーク

- 2期間: $t = 1, 2$. トリートメントは2期目に発生。
- Y_{it} : 個人 i の t 期におけるアウトカム
- G_i : トリートメントグループのダミー
- D_{it} : トリートメントを受けているか否かのダミー。 $D_{it} = 1$ if $t = 2$ and $G_i = 1$
- **ポテンシャル・アウトカム**
 - $Y_{it}(1)$: 個人 i が t 期において、トリートメントされている場合のアウトカム
 - $Y_{it}(0)$: トリートメントされていない場合のアウトカム
- 以上から

$$Y_{it} = D_{it}Y_{it}(1) + (1 - D_{it})Y_{it}(0)$$

識別

- 目的: $t = 2$ におけるATTを推定する。

$$E[Y_{i2}(1) - Y_{i2}(0)|G_i = 1] = E[Y_{i2}(1)|G_i = 1] - E[Y_{i2}(0)|G_i = 1]$$

- データとして観察されるもの :

	トリートメント前 ($t = 1$)	トリートメント後 ($t = 2$)
トリートメント ($G_i = 1$)	$E[Y_{i1}(0) G_i = 1]$	$E[Y_{i2}(1) G_i = 1]$
コントロール ($G_i = 0$)	$E[Y_{i1}(0) G_i = 0]$	$E[Y_{i2}(0) G_i = 0]$

- どのような仮定のもとでATTを識別可能か？

単純比較で識別できるか？

- 2期目におけるトリートメントとコントロールの比較
 - 必要な仮定： $E[Y_{i2}(0)|G_i = 1] = E[Y_{i2}(0)|G_i = 0]$,
 - このときATTは以下で得られる

$$ATT = E[Y_{i2}(1)|G_i = 1] - E[Y_{i2}(0)|G_i = 0]$$

- セレクションバイアス？
- 前後比較
 - 必要な仮定： $E[Y_{i2}(0)|G_i = 1] = E[Y_{i1}(0)|G_i = 1]$,
 - ATT は以下で得られる

$$ATT = E[Y_{i2}(1)|G_i = 1] - E[Y_{i1}(0)|G_i = 1]$$

- タイムトレンド？

並行トレンド (Parallel Trend) の仮定

- 仮定:

$$E[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0)|G_i = 0] = E[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0)|G_i = 1]$$

- 解釈: 「トリートメントがなかった場合の前後変化」が二つのグループの間で同じ
- トリートメントグループの人達が「(仮想的に)トリートメントを受けなかった場合のトレンド」に関して仮定をおいている。
- 前に導入した図を参照

Difference-in-differences (DID)

- ATTを以下のように展開すると

$$\underbrace{E[Y_{i2}(1) - Y_{i2}(0)|G_i = 1]}_{ATT \text{ at } t=2} = (E[Y_{i2}(1)|G_i = 1] - E[Y_{i1}(0)|G_i = 1]) \\ - (E[Y_{i2}(0)|G_i = 1] - E[Y_{i1}(0)|G_i = 1])$$

- 並行トレンドの仮定：

$$E[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0)|G_i = 1] = E[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0)|G_i = 0]$$

- ATTが差分の差となる。

$$ATT = E[Y_{i2}(1) - Y_{i1}(0)|G_i = 1] - E[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0)|G_i = 0]$$

(おまけ) No Anticipationの仮定

- 星野・田中・北川「計量経済学」など、他の教科書で登場する仮定について補足
- 仮定： $G_i = 1$ の $t = 1$ において見えるものは「トリートメントがない状況におけるアウトカム」 $E[Y_{i1}(0) | G_i = 1]$ として与えられる。
- もしトリートメント前に、トリートメントを予想して行動を変化していた場合は、ここで見えるものは「トリートメントの影響を受けたアウトカム」となってしまう。
- 実践上、複数期間のパネルが利用可能な場合には、「介入のアナウンス」を処置として扱い、「アナウンス効果」と「実際の介入の効果」として推定することもある。

推定

推定手法その1 : プラグイン推定量

- ATT は

$$ATT = E[Y_{i2}(1) - Y_{i1}(0) | G_i = 1] - E[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0) | G_i = 0]$$

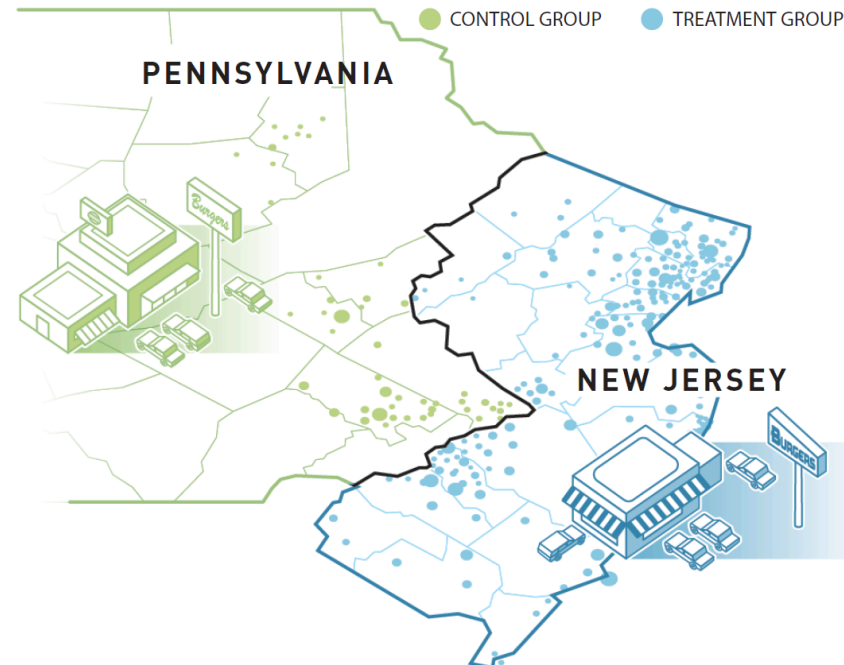
- 期待値を標本平均で置き換える。

$$\begin{aligned} \hat{ATT} = & \{ \bar{y}(t = 2, G = 1) - \bar{y}(t = 1, G = 1) \} \\ & - \{ \bar{y}(t = 2, G = 0) - \bar{y}(t = 1, G = 0) \} \end{aligned}$$

ただし $\bar{y}(t, G)$ は 群 G の時点 t における標本平均である。

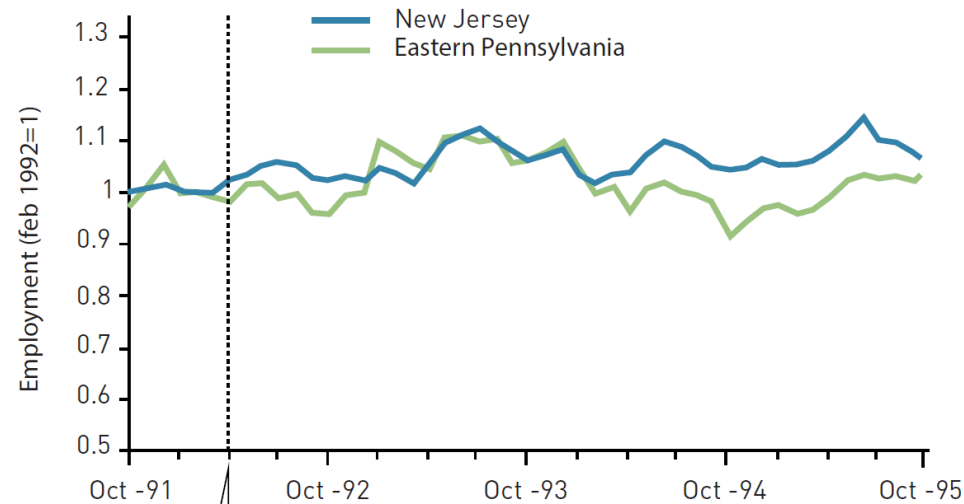
例: Card and Kruger (1994, AER)

- 問: 最低賃金上昇による雇用への影響.
- 1992年4月1日: ニュージャージー州で最低賃金が4.25から5.05 USD/hourに変化.
- 経済圏として非常に近い(=経済ショックが同じ)が最低賃金が違うところを比較する。



雇用の推移

- 最低賃金変化の前後において、ファストフード・レストラン（計410）にサーベイを行う。



1 April 1992: The hourly minimum wage in New Jersey was increased from 4.25 dollars to 5.05 dollars. Despite this, employment in New Jersey was not affected.

DIDの結果

- アウトカム：レストランの雇用者数

Variable	Stores by state		
	PA (i)	NJ (ii)	Difference, NJ – PA (iii)
1. FTE employment before, all available observations	23.33 (1.35)	20.44 (0.51)	-2.89 (1.44)
2. FTE employment after, all available observations	21.17 (0.94)	21.03 (0.52)	-0.14 (1.07)
3. Change in mean FTE employment	-2.16 (1.25)	0.59 (0.54)	2.76 (1.36)

推定手法その2：線形回帰モデル

- 以下のパネルデータ回帰モデルを考える。

$$y_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 G_i + \alpha_2 T_t + \alpha_3 D_{it} + \epsilon_{it}$$

- G_i : トリートメント・グループのダミー
 - T_t : トリートメント期間のダミー
 - $D_{it} = G_i \times T_t$.
- α_3 が処置効果を捉えている。
 - 計算すると、 $\alpha_3 = (E[y_{it} | G=1, T=1] - E[y_{it} | G=1, T=0]) - (E[y_{it} | G=0, T=1] - E[y_{it} | G=0, T=0])$ が示せる。

二方向固定効果モデル

- 前スライドの定式化を拡張

$$y_{it} = \alpha D_{it} + \epsilon_i + \epsilon_t + \epsilon_{it}$$

- ϵ_i 個人固定効果
 - ϵ_t 時間固定効果
 - 注: G_i, T_t が ϵ_i, ϵ_t にそれぞれ吸収されている。
- ここでも、係数 α が処置効果を捉えている。
 - 二方向固定効果モデル(Two-way fixed effect, TWFE)と呼ばれることもある。
 - 標準誤差の計算においてはクラスターに頑健な標準誤差(cluster-robust standard errors)を使う。(Bertrand, Duflo, and Mullainathan 2004, QJE)

イベントスタディ (Event Study) デザイン

- トリートメントの効果が時間によって異なる可能性を考慮する。
- k -期間のラグとリードを入れた定式化

$$y_{it} = \epsilon_i + \epsilon_t + \sum_{\tau=-k}^k \gamma^\tau D_{it}^\tau + \epsilon_{it}$$

- D_{it}^τ ダミー変数。ユニット i がトリートメントグループであり、かつ 期間 t が トリートメントの発生時点より τ 期間離れている。
 - $\gamma^{-1} = 0$ として基準化 (全ての期のリードとラグを入れると時間固定効果と多重共線性)。
- ラグの項 (i.e., $\tau = -k, \dots, -1$) はプレトレンドの議論と関連。(後述)

$D_{it}^\tau = \mathbf{1}\{i : \text{treatment} \ \& \ t - t_0 = \tau\}$ の定義

- $t = 1, \dots, 7$, トリートメントのタイミング $t_0 = 4$ とする。 i はトリートメントグループ

t	1	2	3	4(= t_0)	5	6	7
$t - t_0$	-3	-2	-1	0	1	2	3
D_{it}^0	0	0	0	1	0	0	0
D_{it}^1	0	0	0	0	1	0	0
D_{it}^2	0	0	0	0	0	1	0
D_{it}^3	0	0	0	0	0	0	1
D_{it}^{-1}	0	0	1	0	0	0	0
D_{it}^{-2}	0	1	0	0	0	0	0
D_{it}^{-3}	1	0	0	0	0	0	0

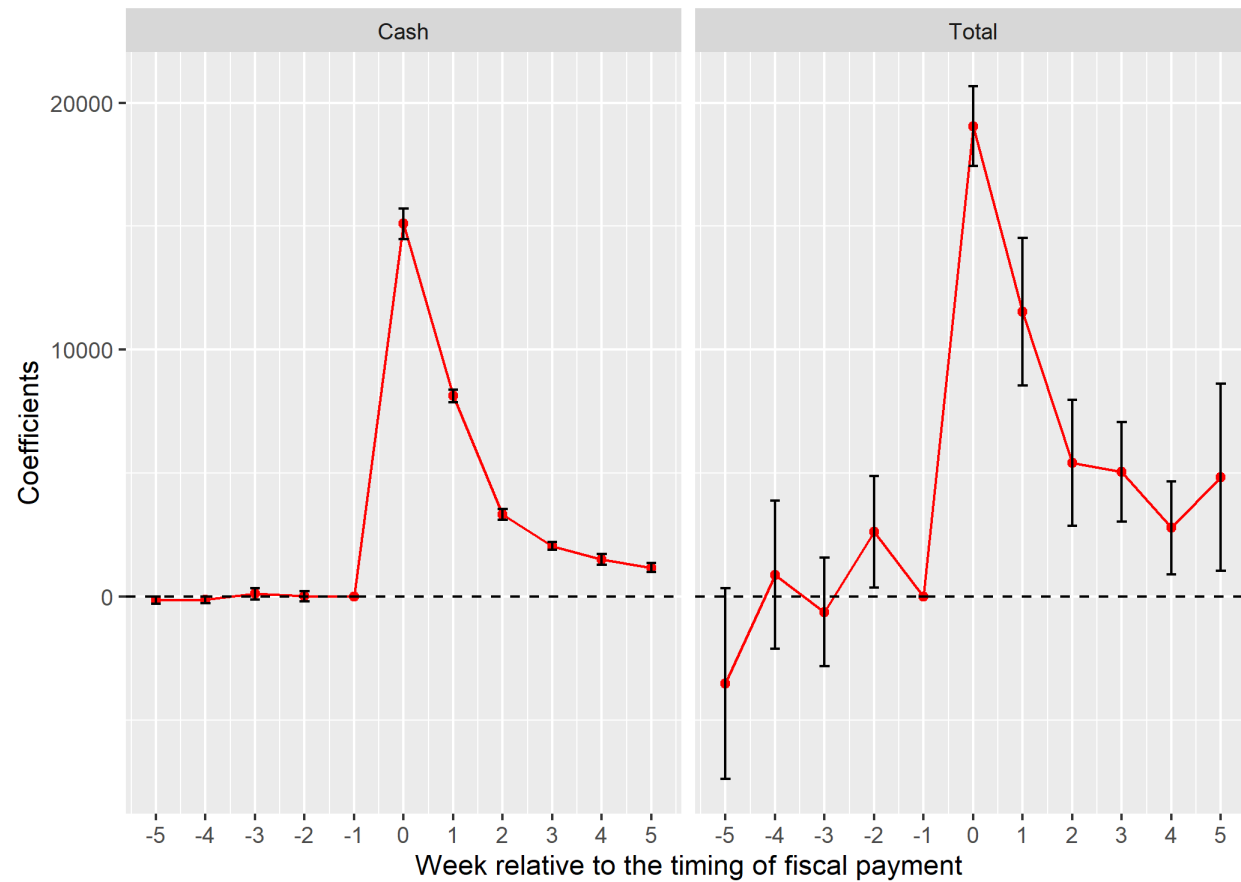
例：特別定額給付金 (Kubota et al 2021)

- 回帰式

$$y_{itw} = \alpha_i + \alpha_{iw} + \alpha_{tpw} + \sum_{k=-5}^5 \gamma^k D_{itw}^k + u_{itw}$$

- $t(= 2019, 2020)$ 年の w 週における家計 i
 - y_{itw} : 消費の指標 (全出金、ATM現金)
 - $D_{itw}^k = 1\{T_i - w = k\}$,
 - T_i 家計 i が給付金を支給した週 (トリートメントのタイミング)
- 各種固定効果
 - α_i : 個人固定効果
 - α_{iw} : 個人かつ週固定効果 (季節性)
 - α_{tpw} : 時間かつ県固定効果 (地域特有のマクロショック)

推定結果：全サンプル (左：ATM、右：全出金)



- バーは95%信頼区間

並行トレンドの仮定に関する議論

並行トレンドの仮定に関する議論

- トリートメント前後のパネルデータがあればDIDができるか？ -> 並行トレンドの議論
- もしトリートメントの有無が、**時間を通じて変化する要因(個人特有のショック)**に依存する場合、トリートメントとコントロールグループで、並行トレンドは成立しないであろう。
 - 例：将来の賃金が低下することを見込んでいる人が、職業訓練に参加した。
- DIDは**時間を通じて一定の要因**によるセレクションのみ対処可能。固定効果回帰モデルと同じ。
 - 例えば

$$y_{it} = \alpha D_{it} + \beta X_{it} + \epsilon_i + \epsilon_t + \epsilon_{it}$$

係数 α の一致推定のためには、**固定効果 ϵ_i, ϵ_t と変数 X_{it} をコントロールした上で、トリートメント D_{it} と誤差項 ϵ_{it} の無相関**である必要

並行トレンドの診断法 1 : プレトレンドの議論

- プレトレンド(pre-trend) : **トリートメント発生前期間**におけるアウトカムトレンド
- アイデア : もし並行トレンドの仮定が成り立つならば、プレトレンドも平行になっているであろう。

プリトレンドの議論における注意点

- トリートメント前において二期間以上のデータが必要。
- プレトレンドはあくまで**診断**であって、**直接の検定**ではない。
 - 検定したいもの：**トリートメント発生後の期間における並行トレンド**
 - これは検定できない(データ上見えないから！)
- 並行トレンド仮定をサポートするには、結局リサーチデザインを吟味する必要。
- (上級&理論に興味ある人向け) ["Tutorial on Pre-Trends Testing and Sensitivity Analysis for Difference-in-Differences" by Jonathan Roth](#)

並行トレンドの診断法 2: プラシーボ効果

- プレトレンドのチェックをよりフォーマルにしたもの。
- アイデア：プレトレンドがないのであれば、**トリートメント発生前に、トリートメント効果はない**であろう。
- イベントスタディにおけるラグ項を確認する。

$$y_{it} = \epsilon_i + \epsilon_t + \sum_{\tau=-k}^k \gamma^\tau D_{it}^\tau + \epsilon_{it}$$

- ラグの項 (i.e., $\tau = -k, \dots, -1$)は、トリートメント発生前に、トリートメントとコントロールがどの程度異なっているかを捉えている。

(おまけ) Staggered DID

Staggered DID

- Staggered DID: 処置のタイミングが異なるDID
- Staggered DIDにおいて、Two-way FEの推定やイベントスタディ定式化を行うと、処置効果が適切に推定されない場合がある。
- 詳しくは、[小西「Staggered DIDの近年の動向」](#)を参照。
 - 日経学会におけるチュートリアル資料
https://github.com/kazuyanagimoto/staggered_did_tutorial

もう少しだけ詳しく

- 問題の原因：TWFEで推定するものは、「すでに処置された人の前後変化と、後で処置された人の前後変化」の差分を含んでしまう。
 - すでに処置された人の前後変化を反実仮想のトレンドとして扱うのは難しい。
 - 対照群として「まだ処置されていない人の前後比較」を持ってこないといけない。
- 様々な推定方法が提示されている：Sun and Abraham (2021), Callaway and Sant'anna (2021)
- 個人的には Sun and Abraham (2021) がオススメ
 - 直観的に最もわかりやすい推定手法
 - `fixest` パッケージで実装可能

Sun and Abraham (2021) の概略

- 推定式

$$Y_{it} = \alpha_i + \lambda_t + \sum_{k \notin C} \sum_{l \neq -1} \delta_{l,k} \mathbf{1}\{G_k = k\} \mathbf{1}\{t - k = l\} + \epsilon_{it}$$

- k は処置を受けたタイミングを表す。
 - C は処置を受けなかった群を示す。(never-treated と呼ぶ)
 - 推定パラメタは $\delta_{l,k}$ となっている。
- 直観的には、Never-treatedの人たちを対照群として扱い、処置を受けたタイミングが同じグループの人たちごとにEvent-study DIDをやっている。
 - こうすることで、「すでにTreatmentされている人たちを対照群として扱ってしまう」というTwo-way FEの問題点を回避する。
 - 処置タイミングのグループごとのパラメタを集約することで処置効果を得る。(詳細は資料参照) / 37